

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 26 март 2011 г., Стара Загора

УКАЗАНИЯ И РЕШЕНИЯ

Възрастова група IX – X клас

1 задача. Астроном отшелник. Вие работите по дългосрочна програма с 10-метровия микровълнов телескоп на Южния полюс и изследвате разпределението на далечните купове от галактики в пространството. Въпреки антарктическият студ, по време на изгрева на Слънцето вие се разхождате покрай телескопа и се любувате на гледката. Забелязвате, че в даден момент Слънцето се намира на хоризонта точно по посока от жилищната постройка към телескопа. В този момент центърът на видимия слънчев диск пресича хоризонта. Нека приемем линията от постройката към телескопа за основна.



- В какви направления спрямо основната линия ще са точките от хоризонта, които ще пресече центърът на видимия слънчев диск при следващите четири изгрева? Пресметнете отклоненията от основната линия в градуси.

- При някакъв изгрев на Слънцето, едновременно с него изгрява и Луната. Приблизително в каква фаза трябва да е Луната тогава? Дайте качествен отговор и го обяснете.

Рефракцията да не се отчита и в двете подусловия. Снимката е само илюстрация и сенките, които се виждат на нея, не са част от решението на задачата.

Решение (12 т.):

При нас Слънцето изгрява и залязва поради видимото си денонощно движение по небето, дължащо се на въртенето на Земята около нейната ос. На полюсите изгревът на Слънцето става поради видимото му годишно движение по еклиптиката. На южния полюс това се случва, когато Слънцето пресича небесния екватор от северната към южната небесна полусфера, т.е. при преминаването му през есенната равноденствена точка около 23 септември. Следващият изгрев се случва при следващото преминаване на Слънцето през тази точка, или точно след една тропична година. В тропичната година има 365.24219 слънчеви денонощия. Една тропична година след първия изгрев на Слънцето Земята ще е направила 365 пълни завъртания около оста си по отношение на посоката към Слънцето и още 0.24219 части от пълното завъртане, или $0.24219 \times 360^\circ \approx 87.19^\circ$. Гледано от южното полукълбо, Земята се върти около оста си по часовниковата стрелка. Затова там видимото денонощно въртене на Слънцето е обратно на часовниковата стрелка. Оттук заключаваме, че при втория си изгрев Слънцето ще пресече хоризонта на 87.19° обратно на часовниковата стрелка, или наляво от основната линия от сградата към телескопа. При следващите три изгрева то ще се появи съответно на $87.19 \times 2 = 174.38^\circ$, $87.19 \times 3 = 261.57^\circ$ и $87.19 \times 4 = 348.76^\circ$ обратно на часовниковата стрелка от основната

линия. Бихме могли да кажем, че накрая, при петия си изгрев Слънцето ще бъде само на $360^\circ - 348.76^\circ = 11.24^\circ$ надясно, или по часовниковата стрелка от основната линия.

На полюса изгревът на Луната става поради орбиталното ѝ движение около Земята. Луната може да изгрее едновременно със Слънцето, например, при слънчево затъмнение. Тогава нейната фаза е близка до новолуние. Но лунната орбита има лек наклон към еклиптиката. Затова може да се случи Луната да пресече небесния екватор заедно със Слънцето, когато фазата ѝ е малко преди или малко след новолуние. Най-голямо отклонение на фазата от новолунието може да има, когато Луната е в някоя от точките по лунната орбита, които са най-отдалечени от еклиптиката. Обаче, за разлика от Слънцето, не е достатъчно Луната да пресече небесния екватор, за да изгрее за някой от полюсите. *Впрочем Слънцето също не изгрява там, намирайки се точно на небесния екватор. В случая то трябва да е на $8.76''$ южно от екватора, колкото е видимият ъглов размер на земния радиус, гледан от Слънцето. Разбира се, без да отчитаме рефракцията.* Земният радиус, гледан от Луната, се вижда под ъгъл 0.95° . Следователно Луната трябва да слезе на този ъгъл южно под небесния екватор, за да изгрее за наблюдател на Южния полюс. Фазата може да е малко преди или малко след новолуние, или новолуние, в зависимост от това, колко се отклонява орбитата на Луната от еклиптиката в този участък и в каква посока е Луната относно Слънцето.

Критерии за оценяване:

За разбиране на начина, по който става слънчевия изгрев на полюса – 2 т.

За правилна логическа постановка на изчисленията чрез тропичната година – 2 т.

За правилни пресмятания и верни числени резултати – 2 т.

За вярно съобразяване на посоката на изместване на изгревите – 1 т.

За посочване на слънчевото затъмнение и фаза близка до новолуние по въпроса за лунния изгрев – 2 т.

За обяснение на ефекта от наклона на лунната орбита – 2 т.

За обяснение на ефекта от близостта на Луната и размерите на Земята – 1 т.

2 задача. Обитаема зона. От гледна точка на съществуването на живота, мястото на Земята в Слънчевата система не е случайно. Тя се намира в т.нар. зона благоприятна за живот, или обитаема зона около Слънцето. Да приемем, че средният радиус на обитаемата зона около една звезда е равен на разстоянието, на което звездата създава същата осветеност, каквато създава Слънцето на Земята.

Звезда	$M/M_\odot$	$L/L_\odot$	Спектрален клас
A	0.10	0.0008	M8
B	0.47	0.063	M0
C	1	1	G2

В таблицата са дадени данни за три звезди. С $L/L_\odot$ е означено отношението на светимостта на звездата към светимостта на Слънцето, а с $M/M_\odot$ – отношението на масата на звездата към масата на Слънцето.

- Пресметнете средните радиуси на обитаемите зони около тези звезди в астрономически единици.

Планетите около други звезди много трудно се наблюдават пряко и методите за откриването им са косвени. При спектралния метод се наблюдава изместването на линиите в спектъра на звездата, породено от това, че звездата се движи с определена скорост около центъра на масите на системата звезда-планета.

- Определете за коя от трите звезди би било най-лесно да се открие планета в обитаемата зона чрез спектрални изследвания. Считайте, че планетата се движи по кръгова орбита и масата ѝ е равна на масата на Земята.

Решение (16 т.):

Нека с r_0 и r означим разстоянията от Слънцето до Земята и от дадена звезда до нейна планета, а с E_0 и E – съответно осветеността, която Слънцето създава на Земята и осветеността, която звездата създава на планетата. В сила са съотношенията:

$$E_0 = \frac{L_0}{4\pi r_0^2} \qquad E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Ако планетата е на разстояние от звездата, равно на средния радиус на нейната обитаема зона, то $E = E_0$. Оттук следва:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{r^2}{r_0^2}, \quad \text{откъдето получаваме} \quad r = r_0 \sqrt{\frac{L}{L_0}}$$

Чрез последна формула лесно можем да пресметнем радиусите на обитаемите зони около звездите А, В и С. Те са:

$$r_A = 0.0283 \text{ AU}, \quad r_B = 0.251 \text{ AU}, \quad r_C = 1 \text{ AU}$$

Най-лесно ще може да бъде открита планета в обитаемата зона на онази звезда, която би имала най-голяма линейна скорост на движение около общия си център на масите със своята планета. Скоростта, с която планетата се движи в обитаемата зона около звездата С, трябва да е равна на скоростта, с която Земята се движи около Слънцето, или:

$$V_C = \frac{2\pi r_C}{T_C},$$

където $T_C = 1$ година. Така получаваме $V_C \approx 30$ км/сек. За да намерим орбиталните периоди на планетите около другите звезди, използваме III закон на Кеплер:

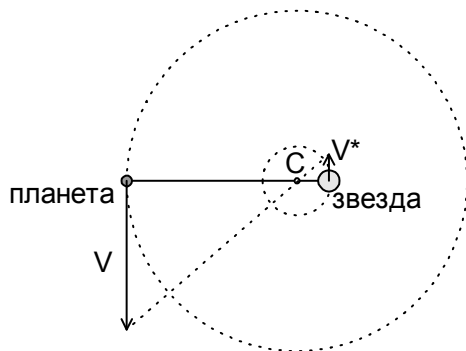
$$r^3/T^2 = M$$

В този вид законът може да се запише, в случай че радиусът на орбитата на планетата r се измерва в астрономически единици, периодът T в години, а масата на звездата M – в слънчеви маси. За периодите получаваме:

$$T_A \approx 0.0151 \text{ год.} \qquad T_B \approx 0.183 \text{ год.}$$

Като знаем и радиусите на орбитите, намираме орбиталните скорости на планетите:

$$V_A \approx 56.4 \text{ км/сек} \qquad V_B \approx 41.1 \text{ км/сек}$$



Центърът на масите С на система от две тела дели правата, която ги свързва, в съотношение, обратно на отношението на масите им. Както се вижда от схемата, планетата и звездата се движат по свои орбити около центъра на масите, а скоростите им са в същото съотношение, както и разстоянията им до центъра на масите. Следователно, ако M и M_p са масите на планетата и звездата, то $V^*/V = M_p/M$.

Оттук, като знаем масите на звездите в слънчеви маси и отношението на масата на Земята към масата на Слънцето, лесно намираме за скоростите на звездите около центровете на масите със съответните им планети:

$$V^*_A \approx 169 \text{ см/сек} \qquad V^*_B \approx 26 \text{ см/сек} \qquad V^*_C \approx 9 \text{ см/сек}$$

Оказва се, както можеше и да се очаква, че най-голяма скорост има звездата А, която е с най-малка маса и с най-малък радиус на обитаемата зона. Поради това и гравитационното въздействие на планетата върху тази звезда е най-силно. Планета около такава звезда може най-лесно да бъде открита чрез спектрални наблюдения.

Критерии за оценяване:

За правилен начин на определяне на радиуса на обитаемата зона – 2 т.

За верни числени отговори – 2 т.

За правилен метод за пресмятане на скоростите на звездите около центровете на масите на идейно равнище - 2 т.

За правилно използване на закономерностите и извод на формулите – 5 т.

За верни числени отговори – 3 т.

За правилен извод накрая – 2 т.

3 задача. Земя – часовник. Жителите на нашата земна Луна биха могли да използват Земята като часовник, като наблюдават въртенето на континентите и океаните.

- За колко време Земята ще се завърта веднъж около оста си за наблюдател от Луната?

- Нека да наречем този видим период на въртене на Земята „лунен час”. Колко такива лунни часа ще има в едно слънчево денонощие за лунния жител?

Решение:

Луната обикаля около Земята с период, равен на сидеричния лунен месец T_{SID} , в същата посока, в която става въртенето на Земята около оста ѝ. Това въртене става с период, равен на едно звездно денонощие $T = 23^h 56^m$. За периода T_1 , с който се върти Земята от гледна точка на лунния наблюдател, можем да напишем:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{SID}}$$
$$T_1 = \frac{T \cdot T_{SID}}{T_{SID} - T} \approx 1.035 \text{ дни} \approx 24 \text{ ч. } 50 \text{ м.}$$

Слънчевото денонощие за лунния жител съответства на периода, през който се сменят за него денят и нощта, а това съвпада с периода на смяна на лунните фази, или синодичния лунен месец T_{SYN} . В едно слънчево денонощие за лунния жител се съдържат $T_{SYN}/T_1 \approx 28.40$ „лунни часа”.

Критерии за оценяване:

За правилен математически метод за определяне на относителната скорост на въртене на Земята – 3 т.

За обосновано използване на сидеричния лунен месец и звездното земно денонощие – 2 т. + 2 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За разбирането, че слънчевото денонощие за лунния жител е равно на синодичния лунен месец – 2 т.

За вярно пресметнат брой лунни часове в едно денонощие – 1 т.

Справочни данни:

Продължителност на тропичната година – 365.24219 денонощия

Средно разстояние от Земята до Слънцето (астрономическа единица) – 150×10^6 км.

Отношение на масата на Земята към масата на Слънцето – 1 : 333 000

Сидеричен лунен месец – 27.32 денонощия

Синодичен лунен месец – 29.53 денонощия

Радиус на Земята – 6357 км.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 27 март 2011 г., Стара Загора

Възрастова група IX – X клас

Практическа задача

Пасаж на планета по диска на Слънцето – 15 точки.

Спътникът SORCE (Solar Radiation and Climate Experiment) се движи в кръгова орбита около Земята. На борда му има апаратура за измерване на слънчевото греене в рентгенови, ултравиолетови, видими и инфрачервени лъчи. Дадена ви е графика на изменение на общото слънчево греене (TSI – Total Solar Irradiance) по време на преминаване (пасаж) на планета по диска на Слънцето. Общото слънчево греене е във ватове на квадратен метър, а времето – в часове и минути Универсално време (UT).

- Как мислите, на какво се дължат периодичните прекъсвания в данните, получавани от спътника?
- Определете приблизително периода на обикаляне на спътника около Земята и височината на орбитата му над земната повърхност.
- Определете коя е планетата, преминала на фона на слънчевия диск. Аргументирайте вашето твърдение с пресмятания.

Решение (15 т.):

Прекъсванията в данните от спътника се дължат на това, че при орбиталното си движение той периодично навлиза в сянката на Земята. Можем да използваме това, за да определим периода му на обикаляне около нашата планета.

Измерванията по времевата ос на графиката показват, че мащабът е 1.21 часа/см. Измерваме общата продължителност на девет интервала с данни от спътника и прекъсванията между тях и с помощта на мащаба я получаваме в часове – 14.52 ч. (Или отчитаме по скалата на времето началото и края на интервала и намираме разликата между тях.) Като разделим тази продължителност на 9, получаваме орбиталния период на спътника:

$$T \approx 1.613 \text{ часа}$$

Височината на орбитата h намираме чрез III закон на Кеплер:

$$\frac{(R + h)^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където R и M са радиусът и масата на Земята. Получаваме:

$$h = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} - R \approx 615 \text{ км}$$

Планетата, чиито пасаж по диска на Слънцето е наблюдавал спътникът, може да е Меркурий или Венера, защото по-далечните планети не могат да застанат между Земята и Слънцето. Да преценим с колко би се намалило слънчевото греене, или осветеността, създавана от Слънцето, когато една от тези планети се проектира на фона на видимия слънчев диск. Отначало нека пресметнем видимите ъглови диаметри на Слънцето $\delta_\odot$, на Меркурий δ_M и на Венера δ_V .

$$\delta_0 = \frac{2R_S}{r_0} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.532^\circ \approx 32'$$

$$\delta_M = \frac{2R_M}{r_0 - r_M} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.00305^\circ \approx 0.183' \approx 11''$$

$$\delta_V = \frac{2R_V}{r_0 - r_V} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.0168^\circ \approx 1.005' \approx 60.3''$$

Тук R_S , R_M и R_V са съответно радиусите на Слънцето, Меркурий и Венера, а r_0 , r_M и r_V са разстоянията от Земята до Слънцето и от Меркурий и Венера до Слънцето. Означаваме с E_0 осветеността, която създава Слънцето, без планетата да се проектира на фона на неговия видим диск, а с E – осветеността, която то създава по време на пасажа. Отношението на двете осветености ще е равно на отношението на площта на видимия слънчев диск без да го закрива планетата и светещата част от площта му, когато върху него е проектирана планетата:

$$\frac{E_0}{E} = \frac{\delta_0^2}{\delta_0^2 - \delta_{\text{планета}}^2}$$

Така за пасаж на Меркурий получаваме $E/E_0 \approx 1.00003$, а за Венера $E/E_0 \approx 1.001$. Сега трябва да сравним този теоретичен резултат с измерванията на апаратурата на спътника. По вертикалната скала отчитаме средната осветеност, създавана от Слънцето извън пасажа – 1361.15 W/m^2 , и по време на пасажа – 1359.80 W/m^2 . Отношението на двете величини е $1361.15 / 1359.80 \approx 1.001$. Следователно това е бил пасаж на Венера.

Критерии за оценяване:

За обяснение на причините за прекъсванията в данните – 1 т.

За определяне на мащаба на графиката и на периода на спътника по усреднени данни – 2 т.

За правилен метод и формула за пресмятане на височината на орбитата – 2 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За общо идейно изложение на метода на определяне коя е планетата – 2 т.

За правилна математическа постановка на решението – 4 т.

За работа с графиката и сравнение – 2 т.

За правилен извод коя е планетата – 1 т.

Справочни данни:

Радиус на Слънцето – 696 000 км

Маса на Земята – 6×10^{24} кг

Гравитационна константа – $6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{кг.сек}^2$

Планета	Радиус, км	Разстояние до Слънцето, км
Меркурий	2440	57 900 000
Венера	6052	108 200 000
Земя	6378	149 600 000

